

Lekcja na Pracowni Podstaw Techniki Komputerowej z wykorzystaniem komputera

Temat lekcji: Minimalizacja funkcji logicznych

Etapy lekcji:

1. Podanie tematu i określenie celu lekcji

SOSOBY MINIMALIZACJI

Proces przekształcania form boolowskich, w celu otrzymania możliwie najprostszyc postaci końcowyc, jest określanyc jako ich minimalizacja. Najczęściej stosowanyc kryterium minimalizacji wynika z dążenia do minimalizacji kosztu projektowanego układu i formuje się następująco:

- minimalna forma sumacyjna (iloczynowa) zawiera minimalną liczbę iloczynów (sum), oraz
- żaden z iloczynów (sum) nie może być zastąpiony przez inny o mniejszej liczbie literałów.

Metody minimalizacyjne dzieli się na graficzne i algebraiczne. Najczęściej stosowanyc metodyc graficznyc jest metoda tabeli Karnough, wymagajacyc odręcznych czynności graficznych. Metody algebraiczne, takie jak np. metoda Quine'a – McCluskey'a, jakkolwiek również mogą być stosowane przy użyciu tylko papieru i ołówka, prawie wyłącznie stosuje się przy użyciu komputerów. W obydwu tych metodach forma podlegajacyc minimalizacji musi być na początku przedstawiona jako kanoniczna forma sumacyjna.

Ogólna procedura minimalizacji formy boolowskiej zawiera następujące, kolejne czynności:

- określenie zbioru wszystkich prostyc implikantów,
- określenie zbioru istotnych prostyc implikantów, czyli jądra,
- określenie zbioru nieredukowalnych form boolowskich,
- w oparciu o przyjęte kryterium minimalności wybranie jednej z nieredukowalnych form boolowskich jako formy minimalnej.

MINIMALIZACJA METODYC TABELI KARNAUGH

Tabela (siatka) Karnough jest uporządkowanyc strukturyc prostokątnyc, złożonyc z prostokątów elementarnyc (kratek), z których każdy reprezentuje iloczyn pełny z kanonicznej formy sumacyjnej, czyli jej implikant. Dla liczby n -zmiennyc tabela Karnough zawiera 2^n kratek, obejmujacyc wszystkie możliwe iloczyny pełne w takiej formie boolowskiej. Rozkład kratek jest taki, że dowolne dwie sąsiednie kratki (tj. stykajacyc się bokami) różnią się stanem tylko

jednej zmiennej (zasada kodu Graya). Na poniższych rysunkach przedstawiono przykłady tabeli Karnaugh dla 2, 3 i 4 zmiennych.

a) Tabela dwóch zmiennych

' - oznacza negację zmiennej za którą stoi

	B		
A \		0	1
0		$A'B'$	$A'B$
1		$A'B$	AB

b) Tabela trzech zmiennych.

	BC				
A \		00	01	11	10
0		$A'B'C'$	$A'B'C$	$A'BC$	$A'BC'$
1		$AB'C'$	$AB'C$	ABC	ABC'

c) Tabela czterech zmiennych.

	CD				
AB \		00	01	11	10
00		$A'B'C'D'$	$A'B'C'D$	$A'B'CD$	$A'B'CD'$
01		$A'BC'D'$	$A'BC'D$	$A'BCD$	$A'BCD'$
11		$ABC'D'$	$ABC'D$	$ABCD$	$ABCD'$
10		$AB'C'D'$	$AB'C'D$	$AB'CD$	$AB'CD'$

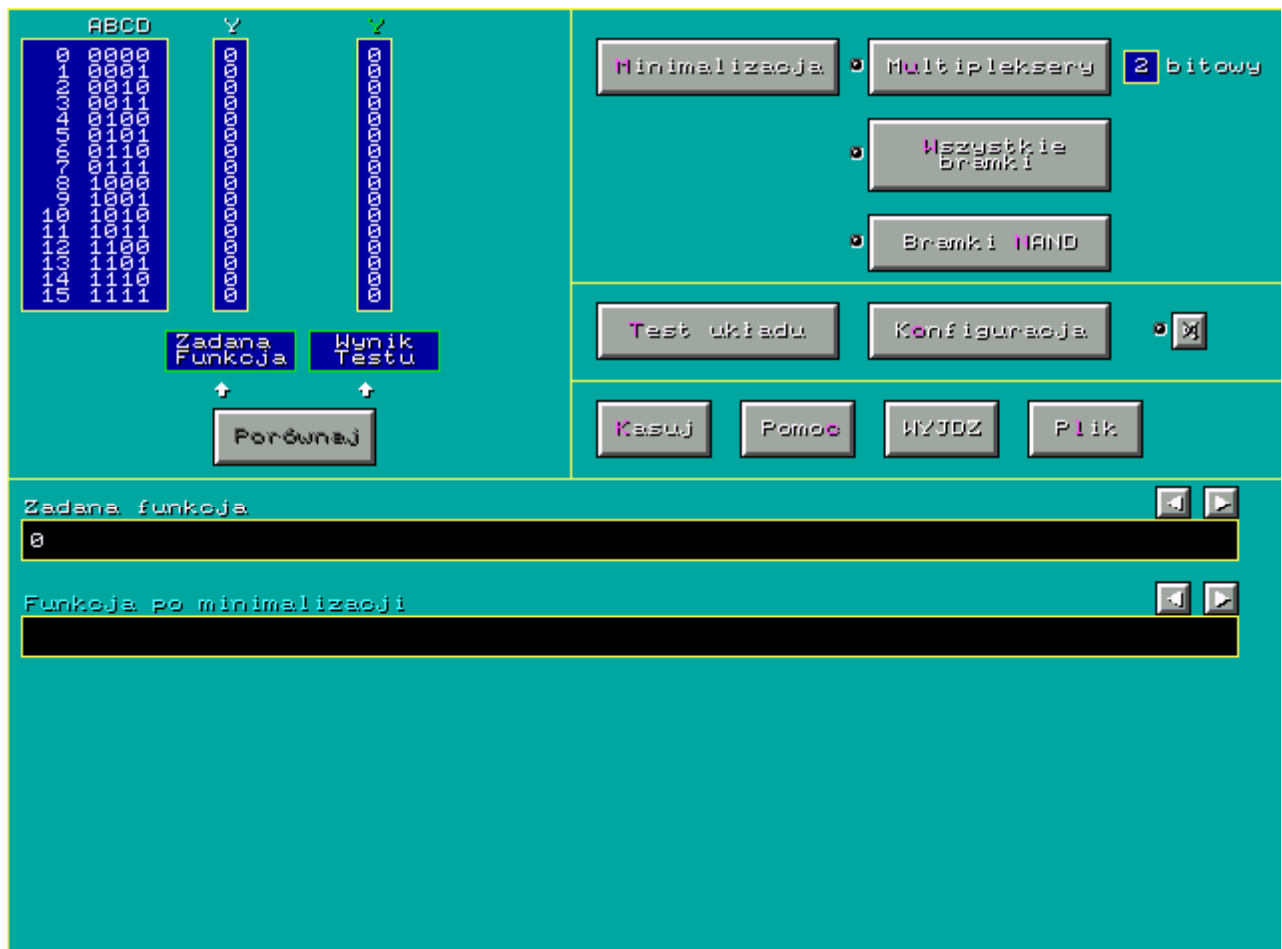
Właściwy proces minimalizacji polega na „sklejaniu” sąsiedniobocznych kratek oznaczonych symbolem „1” lub „0” w możliwie największe pola prostokątne, zawierające 2^k krutek ($k = 1, 2, \dots$). Pola takie, które obwodzi się linią ciągłą, reprezentują implikanty proste. Ogólnie w tabeli Karnaugh implikant prosty określa się jako zgrupowanie krutek, które nie może być włączone w całości do jeszcze większego zgrupowania. Dwie sąsiednie kratki jedynkowe wskazują na zbędność jednej zmiennej, zgodnie z zasadą $AB \vee AB' = A$. Podobnie pole zawierające zajęte kratki oznacza możliwość wyeliminowania dwóch zmiennych, np. $A'B'CD \vee A'BC'D \vee A'B'C'D \vee A'BCD = A'D$.

Poniżej została przedstawiona przykładowa tabela Karnaugh dla 4 zmiennych oraz przykłady zakreszeń

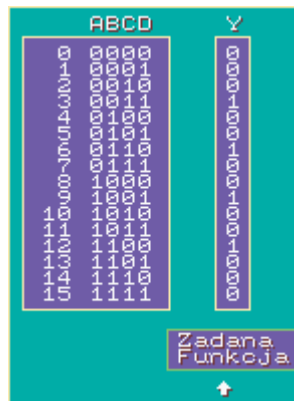
AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	0	0
11	1	1	0	0
10	1	1	1	1

OPIS PROGRAMU

Po uruchomieniu programu na monitorze pojawia się następujące okno



W kolumnie „zadana funkcja” wpisujemy wartości dla wszystkich kombinacji zmiennych wejściowych.



W oknie tym wyświetlona zostanie funkcja niezminimalizowana

Po wpisaniu wszystkich wartości wybieramy rodzaj minimalizacji poprzez kliknięcie lewym przyciskiem myszy na odpowiednim przycisku.

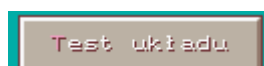


Program umożliwia minimalizację na bramkach NAND, wszystkich bramkach oraz na multiplekserze 2, 3 i 4 bitowym. Po wybraniu rodzaju minimalizacji klikamy lewym przyciskiem myszy na przycisk „minimalizacja”.

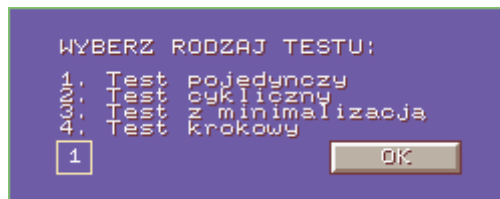


W oknie pokazanym powyżej zostanie wyświetlona funkcja po zminimalizowaniu.

Po wykonaniu powyższych czynności i połączeniu układu na płytce pomiarowej klikamy na przycisk „test” i wybieramy rodzaj testu.

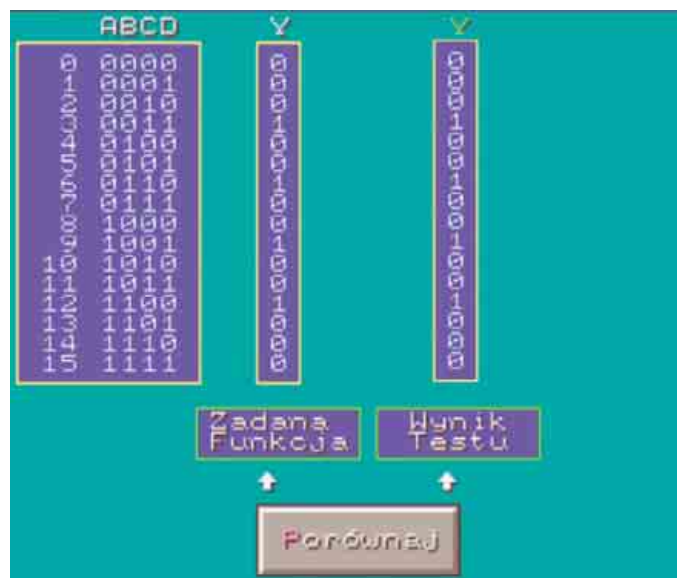


Po uruchomieniu testu wybieramy jego rodzaj:

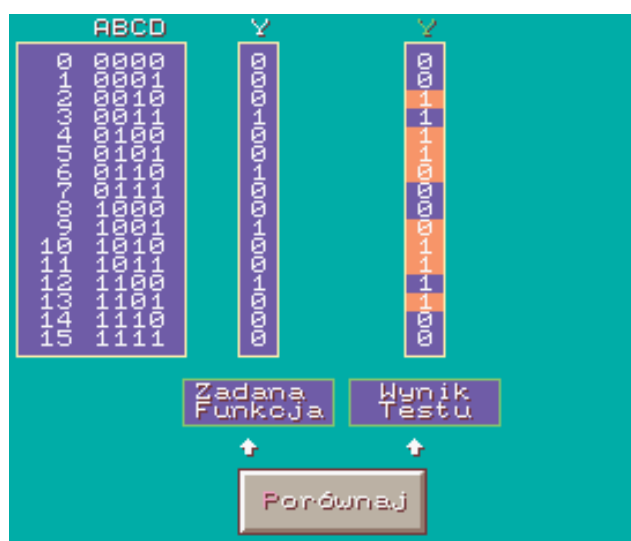


1. **Test pojedynczy** – po wybraniu tego rodzaju testu program automatycznie rozpocznie testowanie połączonego układu. Po wykonaniu całego testu program zatrzyma się.
2. **Test cykliczny** – test układu będzie wykonywany, aż do przerwania przez użytkownika.
3. **Test z minimalizacją** – program podczas testowania układu reaguje na zmiany połączenia na płycie
4. **Test krokowy** – sprawdzanie działania układu „krok po kroku”.

W oknie „wynik testu” pojawiają się wartości funkcji (połączonej na płycie) dla poszczególnych kombinacji zmiennych wejściowych. Następnie klikamy na przycisk "porównaj" po czym komputer porówna zadaną funkcję z funkcją którą otrzymał w wyniku testu.



Pozytywny wynik porównania jest dla nas informacją, że funkcja została prawidłowo zminimalizowana oraz układ został prawidłowo połączony na płycie pomiarowej. Negatywny wynik testu jest dla nas informacją o złym połączeniu układu na płycie pomiarowej. Komputer informuje nas o błędach zaznaczając je na czerwono w kolumnie "wynik testu".



Jeśli minimalizujemy funkcję za pomocą metody tabeli Karnough uzyskana postać funkcji może różnić się od postaci po minimalizacji przez program, ponieważ program używa do minimalizacji metody Quine'a – McCluskey'a.

2. Samodzielne wykonywanie przez uczniów powierzonych im zadań - uczniowie projektują samodzielnie zadane im układy kombinacyjne a następnie sprawdzają poprawność, wykorzystując do tego program komputerowy. Wykorzystywany na ćwiczeniu program nie jest programem profesjonalnym, jest to program napisany przez uczniów naszej szkoły w ramach pracy dyplomowej, której byłam opiekunem.

3. Prezentacja wyników pracy, porównanie sposobów rozwiązania problemu

5. Podsumowanie lekcji

Uwagi

Zajęcia przewidziane są dla klasy czwartej Technikum Elektronicznego. Główny cel lekcji to zdobycie umiejętności syntezy układów cyfrowych. Wymagania stawiane uczniom to znajomość zasad minimalizacji, podstawowych funkcyj logicznych oraz praw Algebry Boole'a.

Tok lekcji

Zespół otrzymuje zadania do wykonania:

- Zminimalizować jedną z podanych funkcji na papierze, przy użyciu multiplexerów 2, 3, i 4 - bitowych, na bramkach w systemie AND, OR, NOT (Wszystkie bramki), na bramkach w systemie NAND.
- Zminimalizować tę samą funkcję na komputerze, przy użyciu multiplexerów 2, 3, i 4 - bitowych, na bramkach w systemie AND, OR, NOT (Wszystkie bramki), na bramkach w systemie NAND.
- Sprawdzić wyniki.

- Zaprojektować układ i połączyć go na płytce pomiarowej tak aby wejścia układów były połączone z liniami A B C D a wyjście z wyjściem Y.
Sprawdzić czy istnieje możliwość zastosowania bramek tożsamości (EX-NOR) i (EX-OR), które umożliwiają jeszcze większe uproszczenie funkcji przy realizacji na bramkach.

- Uruchomić test układu.

Zadane funkcje:

- a) $F = U(1,2,7,9,12)$
- b) $F = U(5,6,11,12,13,14)$
- c) $F = U(3,6,9,12)$
- d) $F = U(2,4,6,8,10,12)$
- e) $F = U(1,9,13,15)$
- f) $F = U(3,10,14,15)$
- g) $F = U(1,2,3,4,10,15)$
- h) $F = U(3,8,10,11,13,15)$
- i) $F = U(1,5,7,8,10,15)$
- j) $F = U(1,2,3,4,5,6,8,9,10,11)$
- k) $F = U(0,1,2,3,4,6,8,9,10,11,12,14)$